

Medida de similitud para objetos 2D y 3D a través de una energía de transformación óptima

Tesista: Hermilo Sánchez -Cruz

Centro de Electrónica y Telecomunicaciones
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey
Av. Eugenio Garza Sada 2501
Col. Tecnológico. 64849 Monterrey, Nuevo León. México
Fax: (81) 8359 7211
e-mail: herssan@itesm.mx

Director de Tesis: Ernesto Bribiesca Correa

Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas.
Universidad Nacional Autónoma de México
Circuito Escolar, Ciudad Universitaria
04510, México DF.
e-mail: ernesto@leibniz.unam.mx

Abstract

A method of transforming an object O_1 into another object O_2 is presented in this work. The computation of this transformation is performed to measure shape similarity of objects. The considered objects are

composed of *spels* (*voxels* for 3D objects and *pixels* for 2D objects). The difference in the shape of objects is performed by computing the number of *spels* to be moved, and by the distance they have to cover in transforming one object into another.

This work is based on a method of transformation of objects, presented by Bribiesca [1](1996). The contribution of this work is to optimise the Bribiesca's method by using principal axes to orientate objects, and by computing minimum energy or distance, to go from an object into another. To show the most important properties of our method, a set of 2D objects are analysed, and finally, this method is applied to 3D real world-objects, like those of some cars and some volcanoes near to the basin of Mexico.

1 Introducción

Uno de los problemas actuales dentro de la visión por computadora es el reconocimiento de la forma de los objetos o figuras [2](Ballard, 1982).

Aunque la percepción visual humana toma en cuenta los aspectos de color y forma para comparar los objetos, la *forma* por sí sola (y sus propiedades geométricas) es una característica muy importante para llevar a cabo el reconocimiento, con el cual se han intentado establecer *medidas de similitud de la forma*, siendo un campo activo dentro del Reconocimiento de Patrones.

Se ha escrito mucho sobre cómo comparar, registrar y reconocer objetos bidimensionales. A veces se consideran los contornos de las figuras y sus prioridades geométricas [3] (Henk 1998)

[4] (Otterloo, 1991), [5] (Arkin et al., 1991), o bien, se emplean distancias (Arkin et al.) [5](1991), [6](Jain, 1989)) para establecer su parecido. En estos trabajos, se asume que generalmente se tiene información bidimensional disponible para reconocer los objetos, incluso de escenas tridimensionales. Existen técnicas de apareo para comparar las formas.

Danielsson [7](1978) establece un factor de forma} basado en la distancia promedio entre un punto interior de una imagen 2D con el punto más cercano del contorno.

Hasta ahora hay algunos autores que han aplicado diferentes técnicas para intentar el reconocimiento de la forma de objetos 3D, Boyse [8](1979), Brooks [9](Brooks, 1983) y Dickinson, Pentland y Rosenfeld [10](1992), quienes basan sus métodos de reconocimiento en el uso de primitivas, es decir, ciertas figuras geométricas que sirven como unidades para conformar los objetos, tales como

conos, conos truncados, cilindros, elipsoides, etcétera y de elementos de curva descritos por un alfabeto simbólico [10](Jain, 1988). La ventaja de estos métodos es que generalmente describen con buena aproximación objetos manufacturados, pero son difíciles de aplicar a objetos irregulares, en los que es difícil la extracción de primitivas.

Besl y Jain [11](1985) describen algunas técnicas para obtener, procesar y caracterizar datos de profundidad. Estos autores buscan primitivas para reconocer objetos, haciendo una descripción detallada de cómo manejar los datos de imágenes para su representación computacional.

Jain y Hoffman [12](1988) definen una medida de similitud de entre un conjunto de características observadas para un objeto dado en una base de datos, es decir, consideran los atributos y primitivas (superficies, contornos, aristas e intensidades de gris) más sobresalientes de los objetos, dando buenos resultados para su identificación. Sin embargo, este trabajo está basado en extraer los datos de imágenes en 2D.

Cohen-Or *et al.* [13](1998) construyen objetos 3D intermedios por medio de una metamorfosis por campos de distancia. La ventaja de este método permitió lograr el *morphing* o la transformación de objetos de diferente *genus* topológico.

Lohmann por ejemplo [14](1998), considera que la similitud se debe hacer usando el cociente de los volúmenes de los objetos a comparar, respecto a un cuerpo geométrico bien conocido, tales como una caja y una esfera *mínimos* que sirven como envolventes de los objetos a comparar.

Aunque este tipo de media es de orden lineal, su desventaja es que arroja muchas inconsistencias en la manera de clasificar los objetos.

Cuando se establece una medida de similitud, tradicionalmente existe una propiedad que se desea optimizar. Una medida de similitud propuesta recientemente por Bribiesca y Wilson [15](1997) se basa en encontrar el área máxima común de dos objetos, es decir, cuando a dos objetos se les aplica invariancia en escala, se pretende hacer traslaciones y rotaciones hasta encontrar la configuración de ambos objetos en donde el área común sea máxima. En este trabajo, se verá que esto no necesariamente es cierto cuando se desea establecer una medida de similitud, en términos de transformaciones. Lo que se desea optimizar es la energía de transformación.

1.1 Los ejes principales

Los ejes principales se han utilizado muchas veces para orientar objetos 2D. En 3D han habido algunos

trabajos, por ejemplo el de Faber, *et al.* [16](1988), Galvez y Canton [17](1993), (Bullow *et al.*, 2000) quienes los utilizaron como invariantes en rotación para reconocimiento de objetos 3D.

El método planteado en este trabajo se basa en las ideas iniciadas por Bribiesca [1](1996), quien definió una métrica y una medida de similitud, susceptibles de aplicarse para la transformación de figuras tridimensionales irregulares y no sólo figuras regulares, como lo han venido haciendo los autores mencionados. En este trabajo se logra optimizar el método de Bribiesca.

Se propone buscar la manera de mover todos los *spels* de un objeto en otro con la menor distancia posible. Para lograr esto, se propone el uso de los ejes principales de los objetos como mecanismo para orientarlos y, posteriormente, con el llamado algoritmo húngaro se procede a encontrar la distancia mínima para mover los *spels*. Ello permite hacer dicha transformación de manera óptima y obtener así una medida de semejanza para *objetos irregulares*.

Se validará este procedimiento con diferentes objetos 2D y 3D y se propondrá una forma de normalizar el trabajo realizado en la transformación de los objetos, dando una medida de similitud en el intervalo de 0% al 100%.

En este trabajo se consideran a las magnitudes de los ejes principales como invariantes en rotación.

En [18] se detalla la relación entre los momentos regulares y la matriz de momentos de inercia. Se establece un sistema de ecuaciones cuya solución no trivial existe, si y sólo si el determinante de la matriz de momentos se anula. Cuando se resuelve esta ecuación, se obtiene un polinomio de tercer orden, con tres raíces: I_1 , I_2 y I_3 .

Se resolvió la ecuación al encontrar los eigenvectores como se presenta en [19](Borisenko, 1979).

Ahora bien, para objetos irregulares y un eigenvector de tamaño dado, las tres I s pueden ser diferentes.

En general, la I menor corresponde a la dirección más elongada del objeto y la I mayor a la dirección donde el objeto se alarga menos. Claramente, otros valores de I corresponderán a situaciones intermedias. Por lo tanto, las I s dan un cierto grado de información sobre la forma del objeto.

2 Algunos conceptos empleados en este trabajo

Para representar a las figuras bidimensionales se emplean los elementos de imagen o celdas de resolución: *pixels*, mientras que los objetos tridimensionales se representan a través de los elementos de volumen llamados *voxels*, y para referirse indistintamente a cualquiera de ellos se hará referencia al *spel* (elemento espacial).

Normalización de la escala (áreas o volúmenes) de objetos. Aplicar una transformación de escala a dos o más objetos para que todos tengan el mismo número de *spels*, es decir, que tengan la misma área o volumen.

En el mundo real casi todos los objetos necesitan un número diferente de *spels* para describirlos. En este trabajo, cuando se quiera transformar un objeto en otro, es necesario que esos objetos tengan la misma cantidad de *spels*. Una vez que a los objetos se les ha aplicado una transformación admisible de escala, de manera que tengan el mismo número de *spels*, se dirá que ambos objetos están *normalizados*.

Spels positivos y spels negativos. Los *spels positivos* son los *spels* del objeto O_1 que no forman parte de la intersección, cuando éste se superpone con un objeto O_2 a comparar; mientras que los *spels negativos* son los *spels* del objeto O_2 que no forman parte de esa intersección, (véase la Figura 1).

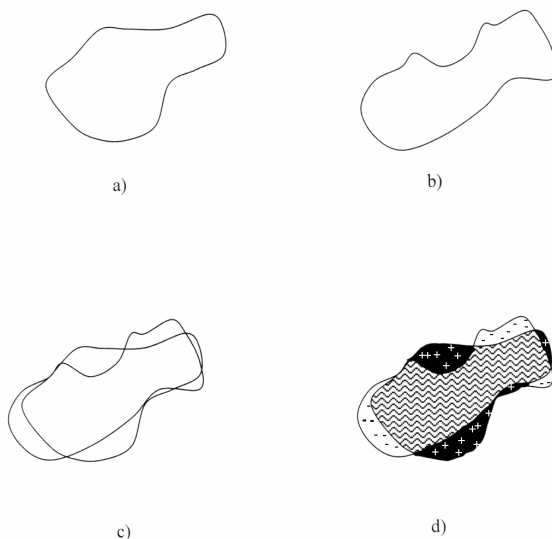


Figura 1. Dos objetos dados por a) y b) están alineados; c) superposición de ambos objetos; d) la intersección de los objetos está dada por las líneas en zigzag, la parte en negro con signo más corresponde a los *spels* positivos, mientras que la parte en blanco con signo menos corresponde a los *spels* negativos.

Algoritmo por elementos más cercanos (EMC). Se refiere al algoritmo propuesto por Bribiesca en 1996 [1](Bribiesca, 1996), en el que, una vez alineados dos objetos a comparar, para transformar los objetos, se forman dos conjuntos de *spels*, (definidos como *spels* positivos y *spels* negativos). Se mueve primero el *spel* positivo más cercano del conjunto de *spels* negativos, luego el siguiente más cercano y así sucesivamente, hasta desplazar el más lejano, del conjunto de *spels* positivos hacia el conjunto de *spels* negativos.

Trabajo o energía realizada en la transformación. Es el valor numérico (en unidades de trabajo) de la suma total de distancias entre los dos conjuntos de *spels* que intervienen en la transformación [1](Bribiesca, 1996).

Transformación de un objeto en otro. Es el algoritmo que permite asociar (mapeo) cada *spel* positivo, con un *spel* negativo, de manera de encontrar su diferencia numérica y, posteriormente, sumar todas las diferencias. En este sentido la transformación de un objeto a otro es una función biunívoca, en donde a cada *spel* positivo le corresponde uno y sólo un *spel* negativo. Esta definición es equivalente al pensar en los *spels* como “ladrillos”, los cuales pueden trasladarse de un lugar a otro (de un conjunto positivo a uno negativo). Entre mayor sea la distancia recorrida por éstos más diferentes serán los objetos comparados.

Una *traslación de un objeto* es una transformación rígida en \mathfrak{R}^n . Una traslación mueve cada *spel* del objeto en la misma dirección y por la misma cantidad [20](Karush, 1989), manteniendo constante las distancias entre cualquier par de *spels*.

3 La máxima correlación como medida débil de similitud

Considérese la siguiente elipse y marco de la Figura 2a) y 2b) respectivamente. Ambos están alineados conforme a sus ejes principales. Están compuestos de 324 *pixels* cada uno. La Tabla 1 muestra el resultado de transformar ambos objetos: según la Figura 2c) los ejes principales mayores están a 90° entre ellos; según la Figura 2d) los objetos están a una máxima correlación entre ellos

con 93 *pixels* en común; según la Figura 2e) sus ejes principales mayores están a 30°; en la Figura 2f) los ejes están alineados y es donde los objetos tienen el menor número de *pixels* en común y, sin embargo, la distancia de transformación es la menor de todos los casos.

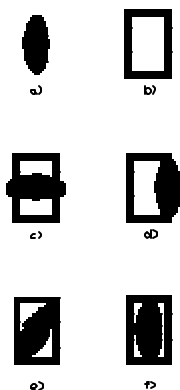


Figura 2. Dos objetos con diferente topología: a) una elipse, b) un marco, c) los ejes principales de los dos objetos hacen un ángulo de 90° entre sí, d) máxima correlación entre los objetos, e) sus ejes principales hacen un ángulo de 30° entre sí, f) sus ejes principales están debidamente alineados.

Caso de la Fig.1	<i>pixels</i> comunes	<i>pixels</i> no comunes	Distancia
c)	59	265	2,945.17
d)	93	231	3,730.16
e)	12	312	2,738.61
f)	3	321	2,549.93

Tabla 1. Información de la transformación de los objetos de la Figura 1a) y 1b).

En [21] se presentan más casos que demuestran este hecho.

A diferencia de otros métodos, como los mapeos conformes y los campos de distancia, que trabajan preferentemente con las superficies o cortes transversales, en este trabajo se ha preferido emplear a los ejes principales para registrar de manera global a los objetos.

El método seguido aquí para comparar dos objetos diferentes, consiste en llevar a cabo las siguientes transformaciones admisibles: 1) normalizar las áreas si se pretende comparar objetos 2D, o bien, normalizar los volúmenes si lo que se quiere es comparar objetos 3D; 2) hacer una traslación rígida de los objetos a comparar para que coincidan sus

centros de masa; 3) realizar una transformación de rotación rígida de manera que los objetos a comparar estén orientados conforme a sus ejes principales; por último, 4) transformar un objeto en otro.

Ninguna de las transformaciones dadas por los tres primeros incisos anteriores modifica la forma de los objetos, esto se puede probar a través de los *invariantes*, es decir, cantidades que no cambian a pesar de hacer cualquiera de las transformaciones admisibles mencionadas en los tres primeros incisos del párrafo anterior. El primer artículo sobre invariantes basados en los momentos centrales fue publicado por Hu [22](1962), quien presentó una teoría basada en los momentos bidimensionales.

4 ¿Cómo transformar un objeto en otro?

En este capítulo se explicará la forma de llevar a cabo la transformación de los objetos, con el fin de compararlos entre sí. Cuando dos objetos están alineados, normalizados y con los mismos centros de masa, el método aquí propuesto transforma el primer objeto en el segundo. Lo anterior constituye una manera de calcular la diferencia de las formas de los objetos. Entonces, cuando los *spels* se distribuyen de manera similar en los dos objetos, estos pueden verse más parecidos entre sí. Lo contrario sucede cuando la diferencia en la distribución sea muy marcada, en tal caso parecerán ser más diferentes entre sí. En el primer caso la distancia total recorrida por los *spels* será menor al transformar los objetos.

4.1 Pasos para transformar los objetos

Los pasos para transformar el objeto O_1 en el objeto O_2 son como sigue: Se superponen los dos objetos. Se encuentran los *spels* comunes y se dejan sin cambiar. Se localizan los *spels* positivos. El conjunto de *spels* negativos corresponde a la imagen binaria a donde van a ser colocados los *spels* que vienen del conjunto positivo. ¿Cómo desplazar los *spels*? Hay muchas formas de desplazar los *spels*. Si k es el número de *spels* a mover, entonces $k!$ es el número total de formas diferentes para desplazarlos del conjunto positivo al negativo. Las imágenes binarias y las distancias entre los *spels* pueden representarse como una gráfica bipartita pesada [23](Bondy, 1976).

Para encontrar un apareo óptimo en una gráfica bipartita pesada se puede utilizar el *algoritmo húngaro*. Así, usando este algoritmo, se minimiza la distancia total recorrida por los *spels* a desplazarse

(*spels* positivos), lo que produce una transformación óptima de los objetos.

Se implementó una versión del algoritmo húngaro en la versión de Gould [24](1988). Sin embargo, debido a las inconsistencias mostradas en [29], para continuar con este trabajo, se implementó el algoritmo húngaro basado en la versión de Evans [25](1992) a través de los cinco pasos que establece para encontrar el llamado camino extendido de una gráfica bipartita, el cual permite encontrar su peso mínimo.

4.2 El trabajo como medida de similitud

Esta sección establece un procedimiento para medir el grado de parecido de formas entre dos objetos, basado en la transformación de uno en otro [1](Bribiesca, 1996). Objetos diferentes requerirán una mayor energía en la transformación de uno a otro, mientras que objetos similares requerirán muy poca. Cuando dos objetos son idénticos la energía de transformación será igual a cero. Intuitivamente se esperaría que los objetos a transformar tengan el máximo número de *spels* comunes como sea posible. Se hicieron algunos experimentos (como en el capítulo 3) y en [29] y se observó que esto no necesariamente es cierto. Un resultado importante de este trabajo es haber estudiado que los ejes principales, conforman un método de registro de objetos, logran prescindir de la idea de correlación máxima (máxima área o volumen entre los objetos a transformar), lo que permite encontrar la energía mínima de transformación.

En la transformación cada *spel* se mueve una distancia s_i , la cual es proporcional a un trabajo realizado [1](Bribiesca, 1996). La energía para transformar los objetos está dada por el trabajo total:

$$W = \sum_{i=1}^n s_i \tag{1}$$

Donde la ecuación anterior está dada en unidades de trabajo.

Por tanto, el valor numérico de la energía será igual a la distancia total recorrida, y cuyo valor es igual al peso total de un apareo óptimo.

Así, la pregunta ¿cuál es el parecido entre objetos? se logra contestar a través de calcular la *medida de similitud de la forma* entre dos objetos. En cierto sentido, esta pregunta se puede plantear como: “¿qué

tan lejos se mueven todos los *spels* para transformar los objetos?”, en vez de (como podría suceder con un método de correlación) “¿cuántos *spels* hay que mover para transformar los objetos?”.

5 Propiedades importantes de la medida propuesta

La Figura 2, muestra 12 objetos diferentes, todos ellos normalizados a 674 *pixels*, usados para estudiar las propiedades de la medida de similitud que se mostró en la sección anterior.

Cuando se pretende hacer reconocimiento de patrones se constituyen vectores, cuyas componentes serán los *atributos* de esos patrones [26](Meisel, 1974). A continuación se verá el comportamiento de algunos atributos de diferentes patrones, que en este caso se trata de objetos 2D. El estudio se hará en términos de tres atributos, a saber: número de *pixels* positivos, la *compacidad* de cada objeto binario y el trabajo realizado al transformar cada uno de los objetos en el círculo. Posteriormente, se harán las comparaciones entre todos los objetos.

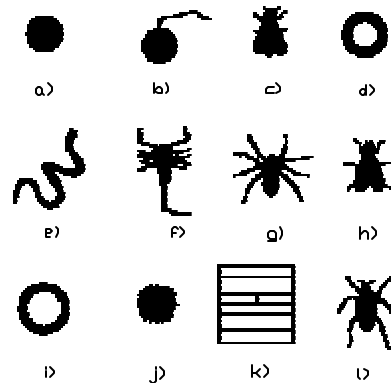


Figura 3. Doce objetos bidimensionales, normalizados. Cada uno está compuesto por 674 *pixels*.

5.1 La compacidad discreta en 2D

En 1997 Bribiesca [27] estableció una medida de compacidad discreta (cuyos valores están en el intervalo [0,1]) para objetos 2D compuestos por *pixels*. Esta medida relaciona el perímetro de contorno con el perímetro de contacto, esto es, con la longitud total de los lados de los *pixels* que se

tocan (conformando un perímetro interior al objeto 2D).

En [21] se reportó que, dada la muestra comparativa de los doce objetos a comparar que aparecen en la Figura 3, los objetos menos compactos se alejan en parecido más rápidamente del círculo que los más compactos, a pesar de que algunas veces éstos últimos tengan más *pixels* a mover. Se observa también que cuando se desplazan algunos *pixels* como el caso del círculo con un cabello, su parecido no cambia demasiado. También, a pesar del ruido, el parecido con el círculo con ruido es muy grande, mostrándose que la medida es robusta respecto al ruido.

5.2 Normalizando la medida de similitud sin el conjunto de objetos completo

Dado un universo de N objetos normalizados en escala, supóngase que todos ellos están formados con una resolución de n *pixels*. Una forma de normalizar la medida de similitud, es buscar, de entre los N objetos, cuáles son los dos menos parecidos. Con ello se tendría el trabajo máximo en la transformación de todos los objetos con dicha resolución y, además, se podría tener una medida normalizada, que iría de 0 a 100%, por ejemplo. Éste método arroja mejores resultados en vez de considerar todo el universo de formas que se generan a partir de n *pixels*, el cual representa una enorme cantidad de objetos, mucho mayor a N [21].

De las observaciones hechas en la sección anterior, se puede saber cómo encontrar los dos objetos menos parecidos. Considerando el conjunto de 12 objetos se observa que los más diferentes entre sí son el marco y el círculo, esto es, el más compacto y el menos compacto de todos los que hay en dicho conjunto. Así que, asígnese al trabajo W_H realizado para transformar el marco en el círculo un parecido igual 0% y, al trabajo realizado para transformar al círculo en él mismo (el cual es $W_H = 0$) un parecido del 100%. De esta manera, en términos del trabajo y con las asignaciones dadas, la medida de similitud puede escribirse como:

$$S_{1,2} = \left(1 - \frac{W_{1,2}}{W_{máx}}\right) * 100 \quad (2)$$

donde los subíndices indican los objetos 1 y 2 a comparar, y $W_{máx}$ se refiere al máximo trabajo realizado al comparar N objetos entre sí.

Así, se puede calcular que el parecido entre el círculo con circurr es de 97.4% mientras que con cirpel es de 86.81%; entre el círculo y la serpiente hay 46.36% de parecido, etc.

Es claro que hasta aquí sólo se han dado algunos ejemplos de un subconjunto del conjunto total de formas que se pueden obtener con 674 *pixels*, pues el conjunto completo es demasiado grande (arriba de 2^{674} formas diferentes).

En la tesis se estudió que la orientación es crucial para el desempeño del trabajo (en [21] también aparece reportado), y que alineando siempre conforme a los ejes principales, el trabajo en la transformación resulta menor o igual que cualquier otro tipo de orientación entre los objetos. En la tesis y en [21] también se reportan algunas contradicciones entre el método optimizado y el método de Bribiesca[1](1996).

6 Transformación de objetos 3D

Se presentan las transformaciones realizadas a cinco objetos 3D a partir de datos del mundo real. Los objetos se normalizaron en la escala, se hicieron coincidir sus centros de masa y se alinearon conforme a sus ejes principales, ello permitió obtener la mejor orientación para minimizar el trabajo de transformación.

Una vez hecho lo anterior, se procedió a transformar los objetos entre sí.

Aplicando el algoritmo húngaro en la versión de Evans [25](1992), la cual a su vez está basada en la forma original de la versión del algoritmo húngaro dada por Egerváry [28](1931), se encontró el apareo óptimo de la gráfica bipartita que surge de querer mover el conjunto de *spels* positivos al conjunto de *spels* negativos.

6.1 Transformando los objetos 3D

La Figura 5 muestra los objetos ya orientados conforme a sus ejes principales. Se normalizan el volumen y, posteriormente, se calculan los ejes principales para orientarlos. En este ejemplo, cada objeto está compuesto de 16,228 *voxels*.

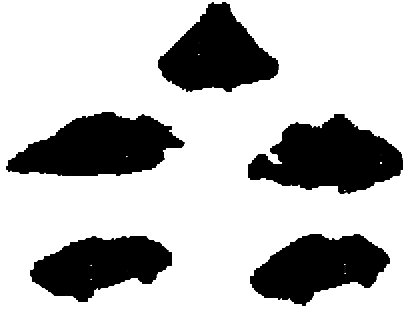


Figura 5. Los cinco objetos 3D a comparar, los cuales ya están normalizados y orientados conforme a sus ejes principales. Están compuestos de 16,228 *voxels*. De arriba a abajo y de izquierda a derecha: Los volcanes La Malinche, el Popocatepetl y c) el Iztaccíhuatl, y los automóviles: Camaro y Porsche, respectivamente.

Se ha llevado a cabo una transformación óptima de los objetos por parejas. En [18] se reportaron los resultados de las transformaciones entre los cinco objetos. El número máximo de *voxels* comunes entre diferentes parejas es de 1,765, correspondiente a los autos Camaro y Porsche.

El algoritmo *EMC* siempre arrojó valores mayores que el algoritmo húngaro en el trabajo realizado.

La medida de similitud se normalizó a través de la ecuación 2, considerando que la similitud es igual a cero para el caso del Camaro e Iztaccíhuatl, los cuales arrojaron el mayor trabajo en su transformación.

Como se observa en la Tabla 2, los objetos *más parecidos* son los dos automóviles, el Camaro y el

mientras que los *más diferentes* son el Camaro y el Iztaccíhuatl, con un parecido del 0%. Observando el caso de los volcanes solamente, los más parecidos son La Malinche e Iztaccíhuatl, en un 51.58% por otro lado los más diferentes son el Popocatepetl e Iztaccíhuatl, en un 39.86%.

$S(O_I, O_J)$	La Malinche	Popocatepetl	Iztaccíhuatl	Camaro	Porsche
La Malinche	100	44.77	51.58	18.12	19.81
Popocatepetl	44.77	100	39.86	9.42	27.63
Iztaccíhuatl	51.58	39.86	100	0	8.05
Camaro	18.12	9.42	0	100	66.22
Porsche	19.81	27.63	8.05	66.22	100

Tabla 2. Medida de similitud normalizada y acorde al algoritmo húngaro.

6.3 La medida de compacidad discreta en 3D

Recientemente (2000) Bribiesca [27] estableció una medida de compacidad discreta para objetos sólidos 3D compuestos por *voxels*, como una extensión de la medida propuesta para 2D [27](Bribiesca, 1997). Dicha medida relaciona la suma de las superficies de contacto de los *voxels* que conforman al objeto, con el área de la superficie que envuelve al objeto.

En la Tabla 3 se observa que la diferencia de compacidades entre los volcanes que más se parecen (La Malinche y el Iztaccíhuatl) es muy pequeña (0.0203). Aunque la diferencia de compacidades entre el Popocatepetl y La Malinche es mayor que la diferencia entre el Popocatepetl y el Iztaccíhuatl (0.0445 y 0.0242 respectivamente) el parecido fue mayor entre los dos primeros, pues el número de *voxels* positivos (761) no fue decisivo para que Popocatepetl fuera más diferente a La Malinche que al Iztaccíhuatl. La diferencia de compacidades entre los autos (que son los objetos que más se parecen de todo el conjunto) es de 0.0194. Nuevamente se observa la tendencia como para el caso 2D: los objetos más compactos tienden a parecerse más al objeto más compacto (el Porsche) que a los menos compactos, aunque esta vez no se presentó ningún caso en el que, a más *voxels* a mover, mayor el parecido con el Porsche (recordar el caso del anillo2 con el círculo, Figura 5.2).

	A_c	C_D
La Malinche	5,337	0.8577
Popocatepetl	5,504	0.9022
Iztaccíhuatl	5,338	0.8780
Camaro	5,539	0.9116
Porsche	5,631	0.9310

Tabla 3. La compacidad discreta para los cinco objetos 3D.

7 Restricciones

No es posible hacer una medida de similitud general, pues una medida puede resultar muy buena para reconocimiento de caracteres, la cual no necesariamente trabaja bien en la inspección automática industrial por ejemplo. Diferentes aplicaciones requerirán sus propias aproximaciones.

Una de las restricciones cuantitativas de la medida estudiada y optimizada en este trabajo, es que el tiempo de procesamiento es muy grande, pues su

complejidad es de orden cúbico. Sin embargo, la medida, por sí sola, da buenos resultados para obtener el grado de parecido de dos o más objetos, teniendo la ventaja, a diferencia de otras medidas, de poder aplicarse a objetos *irregulares*.

8 Conclusiones

A pesar de que existen diferentes formas para alinear los objetos, en este trabajo se consideraron los ejes principales de objetos 2D y 3D irregulares así como sus centros de masa y, se empleó el algoritmo húngaro en la transformación de un objeto a otro.

Cuando dos objetos son irregulares, por ejemplo, piedras, cerros, etcétera, puede ser muy difícil la extracción de características o primitivas. Por ello se propuso emplear los *spels* para el análisis y comparación de los objetos.

El método propuesto es robusto para medir la similitud de la forma de dos objetos irregulares. Se presentaron diferentes objetos irregulares en 2D que mostraron las propiedades más importantes de este método.

Se mostró que hay tres características determinantes en el valor de la similitud al transformar los objetos, estas son: el número de *spels* a mover, su *distancia total recorrida* y la *compacidad* de cada objeto. Además, la medida propuesta no es sensible al ruido.

El método para lograr una medida de similitud, tal como la propuesta aquí, depende de dos factores: primero, hacer coincidir los centros de masa y los ejes principales de los objetos así como normalizarlos en escala; segundo, encontrar la distancia total menor para mover los *spels* en la transformación, a través del algoritmo húngaro. Este método produce una transformación óptima de los objetos. Se estudiaron las propiedades más importantes de este algoritmo, encontrando limitaciones en su desempeño debido a una de sus versiones dada por uno de los autores de las referencias.

El estudio del comportamiento de la compacidad de los objetos, en relación con el número de *spels* positivos y el trabajo en la transformación de los objetos, permitió encontrar un procedimiento consistente para normalizar la medida de similitud.

Haber considerado una representación a partir de *spels* permitió transformar los objetos y, aunque la transformación pudo haberse hecho por sólo considerar las distancias entre ellos, también

permitió desplazarlos de un objeto a otro. La manera en que se hizo fue gracias a que los *spels* están organizados por capas, renglones y columnas, de manera que se movieron por capas. Pudo haberse realizado con otro orden, por ejemplo de manera aleatoria. Sin embargo, cuales sean las opciones en el orden, es claro que este tipo de “movimientos de *spels*” permite obtener objetos intermedios de manera tan suave como lo permita la resolución de los objetos, así como del número de *spels* a desplazar entre los objetos intermedios.

Un trabajo futuro puede consistir en minimizar el tiempo de proceso computacional para calcular la distancia total, ya que el algoritmo húngaro implementado aquí es de orden $O(n^3)$, ello hace que cuando se incrementa la resolución de los objetos este método sea muy lento.

[1] E. Bribiesca, Measuring 3D shape similarity using progressive transformations, Pattern Recognition 29 (1996) 1117-1129.

[2] Ballard, D. H. and Brown, C. Computer Vision, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1982).

[3] Henk J.A.M. Heijmans, Alexander V. Tuzikov. Similarity and Symmetry Measures for Convex Shapes Using Minkowski Addition. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 20 (9) (Sept. 1998).

[4] Otterloo, Van; Peter, J. A Contour-Oriented Approach to Shape Analysis. Prentice Hall, 368pp. (1991).

[3] Freeman, H. On the Encoding of Arbitrary Geometric Configurations, IRE Trans. Electron. Comput. EC-10 (1961) 260-268.

[4] Bribiesca, E. A New Change Code. Pattern Recognition 32 (1999) 235-251.

[5] Arkin, Esther M.; Chew L. Paul; Huttenlocher, Daniel P.; Kedem Klara; and Mitchel Joseph S. B. An Efficient Computable Metric for Comparing Polygonal Shapes. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 13 (3) 1991.

[6] Jain K., Fundamentals of Digital Image Processing. Prentice Hall Information and System Sciences Series. Thomas Kailath, series Editor, (1989) 569pp.

- [7] Danielsson, Per-Erik. Note a New Shape Factor. *Computer Graphics and Image Processing*. 7, (1978) 292-299.
- [8] Boyse, J. W., Data Structure for Solid Modeller, NFS Workshop on the Representation on Three-Dimensional Objects, University of Pennsylvania (1979).
- [9] Brooks R., Model Based 3-D Interpretations of 2-D Images, *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 5 (2), (1983) 140-150.
- [10] Dickinson, S. J.; Pentland, A. P.; Rosenfeld, A. From volumes to views: an approach to 3-D object recognition, *CVGIP: Image Understanding*, 55 (1992) 130-154.
- [11] Besl, P. J. and Jain, R. C. Three-dimensional Object Recognition, *ACM Computing Surveys*, 17 (1985) 75-139.
- [12] Jain, A. K.; Hoffman, R. Evidence-based Recognition of 3-D Objects, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 10 (1988) 783-802.
- [13] Cohen-Or, D.; Levin D. and Solomovici, A. Three-dimensional Distance Field Metamorphosis, *ACM Transactions on Graphics*, 17 (1998) 116-141.
- [14] Lohmann, G. *Volumetric Image Analysis*, Wiley & Sons and B. G. Teubner Publishers, New York, NY, (1998).
- [15] Bribiesca, E. and Wilson, R. G. A Measure of 2D Shape-of-Object Dissimilarity. *Appl. Math. Lett.*, 10 (6) (1997) 107-115.
- [16] Faber, Tracy L, Stokety, Ernest M. Orientation of 3D Structures in Medical Images. *IEEE Transactions on Pattern and Machine Intelligence*, 10 (5), (Sep 1988) 626-633.
- [17] Gálvez, J. M. and Canton, M. Normalisation and Shape Recognition of Three-Dimensional Objects by 3D Moments. *Pattern Recognition*, 26 (5) (1993) 667-681.
- [18] Sánchez-Cruz, Hermilo and Bribiesca, Ernesto. A Method of optimum transformation of 3D objects used as a measure of shape dissimilarity. *Image and Vision Computing Journal*. Elsevier. Vol. 21. No. 3, pp 1027-1036 (2003).
- [19] Borisenko, A. I. and Tarapov, I. E. *Vector and Tensor Analysis*, Dover Publications, Inc., New York (1979).
- [20] Karush, W. *Webster's New World Dictionary of Mathematics*, Simon & Schuster, Inc., New York, (1989).
- [21] Sánchez, Hermilo. Normalized similarity measure of 2D objects and their morphing. VII Congreso Iberoamericano de Reconocimiento de Patrones (CIARP) 2002, Ciudad de México. ISBN: 970189476-6, ed. Board, pp 75-86.
- [22] Hu, M. K. Visual Pattern Recognition by Moment Invariants, *IEEE Transactions in Information Theory*, 8 (1962) 179-187.
- [23] Bondy, J. A. and Murty, U. S. R. *Graph Theory with Applications*, The MacMillan Press Ltd, London and Basingstoke, (1976).
- [24] Gould, R., *Graph Theory*, Emory University, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc. (1988)
- [25] Evans, James R, and Minioka, Edward. *Optimisation Algorithms for Networks and Graphs*. Marcel Dekker, Inc, 470pp. 1992.
- [26] Meisel, William S. *Computer-Oriented Approaches to Pattern Recognition*. Academic Press. (1974).
- [27] Bribiesca, E. Measuring 2-D Shape Compactness Using the Contact Perimeter. *Comput. Math. Appl.*, 33 (11) (Jun 1997) 1-9.
- [28] Egerváry, J., *Matrixok Kombinatorikus Tulajdonságairól*. *Mathematika és Fizikai Lápok*, vol 38 (1931), 16-28.
- [29] Sánchez, Hermilo. Optimización de una medida de Semejanza para Objetos Tridimensionales a Partir de Invariantes y Transformaciones. *Computación y Sistemas*, 3 (4) (Abr-jun 2000).

Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) y a la UNAM por los apoyos otorgados para la realizar el doctorado.



Hermilo Sánchez C. Nació en la Ciudad de México el 24 de marzo de 1970. En noviembre de 2002 obtuvo el grado de Doctor en Ciencias en el Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) y, en abril de 1995, el grado de Físico en la Facultad de Ciencias de la UNAM. Ha participado en proyectos relacionados con sistemas de análisis de imágenes biomédicas, con extracción de objetos utilizando morfología matemática, así como en la creación de un sistema para el reconocimiento de imágenes mesoamericanas. Sus áreas de interés son: Visión por Computadora y Reconocimiento de Patrones.



Ernesto Bribiesca. Received the B.Sc. degree in electronics engineering from the Instituto Politécnico Nacional in 1976. He received the Ph.D. degree in mathematics from the Universidad Autónoma Metropolitana in 1996, he was researcher at the IBM Latin American Scientific Center and at the Dirección General de Estudios del Territorio Nacional (DETENAL). He is associate editor of the Pattern Recognition Journal. He has twice been chosen Honorable Mention Winner of the Annual Pattern Recognition Society Award. Currently, he is Professor at the Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas (IIMAS) at the Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), where he teaches graduate courses in Pattern Recognition.